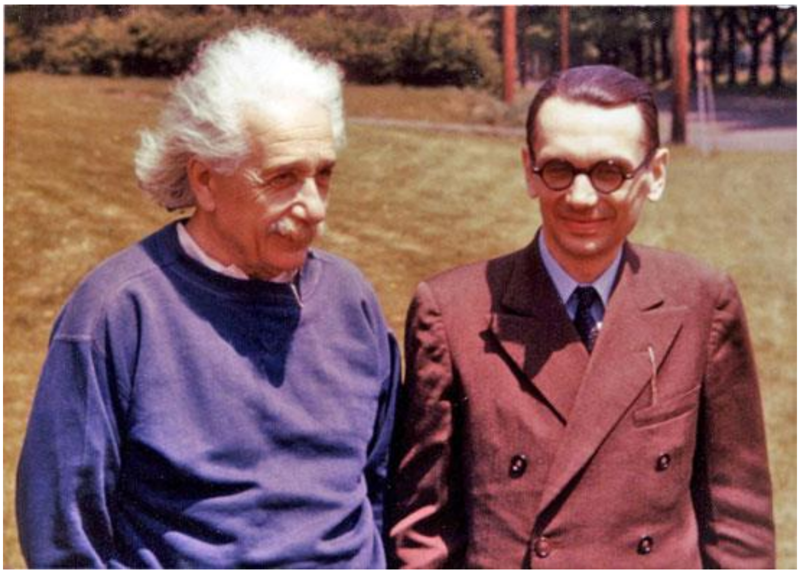
دکتر حسن بلوری
برلین، ۲۰۲۲/۰۱/۲۹

نااینهمانیِ
راستی و اثبات‌پذیری



کورت گودل آلبرت اینشتین[۱]

The nonidentity of truth and provability

فشرده

آیا توانِ شناختِ انسان محدود است یا نامحدود؟ اگر محدود باشد چگونه و در کجا خود را نشان می‌دهد؟ آیا 'راستی (صدق)' و 'اثبات‌پذیری' معادل یکدیگرند؟ آیا اثبات‌پذیری قابل تعریف است و اگر آری به چه شکلی؟ چگونه می‌توان دریافت که یک اثبات واقعی است؟ آیا واقعیت‌های اثبات‌ناپذیر وجود دارند؟ اگر چنین باشد آیا معنای آن جز از این است که بقول استیون هاوکینگ احتمالا ذات هستی و قوانین بنیادین آن خارج از دسترس ما خواهد ماند؟ آیا *'نظریه همه چیز'* (نظریه‌ای برای توصیف کل گیتی) می‌تواند وجود داشته باشد؟ آیا می‌توان به این پرسش‌ها پاسخ قطعی داد؟ اگر آری به چه شکلی و در چه زمینه‌هایی؟ و پیامدهای فلسفی و علمی آنها چیست؟ چنانچه ذهن انسان توان پاسخ به پرسش‌های ذکر شده را نداشته باشد آیا ماشین تورینگ می‌تواند به او یاری رساند؟ یعنی، آیا چنان آلگوریتمی (ماشینی) قادر است هر چیزی را محاسبه (اثبات) کند؟ اگر پاسخ منفی باشد با توجه به مسائل نامبرده مفهوم شناخت چیست؟ و تا چه اندازه برای انسان قابل دسترسی است؟ در همین رابطه می‌پرسیم، آیا می‌توان قابلیت‌های بنیادین شناختی در انسان را شناخت؟

دانش فلسفه در باره‌ی نکات ذکر شده چه می‌گوید؟ ریاضیات، به‌ویژه علم منطق، و فیزیک چه موضعی دارند؟ ماشین تورینگ چه پاسخی دارد. پرسش‌هائی که می‌خواهم در این مقاله پس از توضیحات ضروری و در حد امکان خود به آنها بپردازم.

پیشگفتار

در آغاز مایلم برای روشن کردن مسیر و جهت موضوعِ مقاله مثالی را ذکر کنم که به 'پارادوکس درغگو' معروف است. این پارادوکس به اپیمنیدس، فیلسوف یونانی حدود قرن ششم پیش از میلاد، نسبت داده می‌شود. دروغگو:

"وقتی می‌گویم که من اکنون دروغ می‌گویم، آیا من حقیقت را می‌گویم؟

اگر من حقیقت را می‌گویم پس من اکنون دروغ می‌گویم و لذا غیرحقیقت را می‌گویم؛ اما اگر من اکنون حقیقت را نمی‌گویم، پس من در این لحظه دروغ می‌گویم و در نتیجه حقیقت را می‌گویم."[۲و۳]

ملاحظه می‌کنیم که ما در اینجا (در زبان طبیعی) با پارادوکسی حاصل از اشاره‌ی گزاره به خویش (گزاره‌ای خودارجاع) مواجه هستیم. پارادوکسی که فقط با پاسخ‌های 'درست' و یا 'غلط' قابل حل نیست. از این‌رو می‌پرسیم:

وقتی گزاره‌ای 'درست' نیست و در عین حال 'غلط' هم نیست پس چیست؟

این پرسش و پرسش‌های مشابه ذهن انسان را از زمان‌های بسیار دور تا دهه سوم قرن بیستم به خود مشغول کرده بود بی‌آن‌که پاسخی برای آن داشته باشد. در سال ۱۹۳۱ منطق‌دان جوان ۲۵ ساله پاسخی ارائه کرد که نه تنها منطق و ریاضیات را برای همیشه تغییر داد بلکه تاثیر بسزائی بر نوع نگاه و برداشت ما از مسائل اساسی فلسفه و فیزیک گذاشت. او بدرستی بزرگترین منطق‌دان قرن بیستم و بعضا حتی بزرگترین منطق‌دان تاریخ بعد از ارسطو محسوب می‌شود. نام او **کورت گودل** (Kurt Gödel) است. گودل ریاضی‌دان و منطق‌دان اتریشی ـ آمریکائی (۱۹۷۸ـ۱۹۰۶)، بود که اینشتین در باره‌ی او گفت "من فقط به این خاطر به انستیتو می‌آیم "که افتخار آن داشته باشم با گودل قدم‌زنان به خانه برگردم."[۴]

پاسخ گودل به پرسش ذکر شده تحت نام '**قضایای ناتمامیّت**' معروف است، قضایائی که بیان از ناتمامیت ریاضیات دارند. قضایای ناتمامیت در منطق ریاضی و فلسفه‌ی ریاضی از اهمیت بسزائی برخوردار هستند، به‌ویژه به‌خاطر رد برنامه‌ی دیوید هیلبرت، ریاضی‌دان معروف آلمانی (۱۹۴۳ـ۱۸۶۲)، که معتقد بود می‌توان مجموعه‌ای کامل و سازگار از گزاره‌ها (آکسیوم‌ها، اصول موضوعه) برای کل ریاضیات ارائه داد. یعنی، می‌توان ریاضیات را چنان پی‌ریزی کرد که پاسخ‌گوی تمامی قضایا و قوانین آن باشد. گودل اما نشان داد که خواست هیلبرت به‌خاطر گزاره‌های 'تصمیم‌ناپذیر' عملی نیست. به این علت که هر گزاره‌ای را نمی‌توان اثبات و یا رد کرد. به عبارت دیگر، اثبات ریاضی (استدلال منطقی) محدودیت‌هایی دارد. در واقع قضایای گودل نشان می‌دهد که در هر سیستم آکسیوماتیک (سیستم صوری اصول موضوعه مانند ریاضیات) همواره گزاره‌های تصمیم‌ناپذیری وجود دارند که بر اساس آکسیوم‌های مربوطه نه قابل اثبات هستند و نه می‌توان آنها را رد کرد. آکسیوم، اصل موضوع، قانون و یا پنداشت گزاره‌ایست که فرض بر درست بودنش است. صرفا به این خاطر که بدیهی و پرواضح می‌نماید. یعنی، بدون اثبات پذیرفته می‌شود. سایر گزاره‌ها از این پیش‌فرض‌ها با یاری قواعد استنتاج بدست می‌آیند که به آنها 'قضیه' می‌گوئیم. در این روند گزاره‌هایی نیز ظاهر می‌شوند که خودارجاع، یعنی تصمیم‌ناپذیر (نه قابل اثبات و نه رد کردن) هستند. برای اثبات تصمیم‌ناپذیری این نوع گزاره‌ها گودل روشی را ابداع و در برهان خود از آن استفاده کرد (تبدیل گزاره‌های ریاضی و معادلات به کدهای عددی) که در تاریخ ریاضیات بی‌همتاست. روشی که نشان از نبوغ فوق‌العاده او در منطق ریاضی دارد.

اصول موضوعه و گزاره‌های تصمیم‌ناپذیر

آیا هرآنچه درست است اثبات‌پذیر نیز می‌باشد؟ بنابر منطق کلاسیک و منطق ارسطوئی گزاره‌ها یا درست (صادق) و یا نادرست (کاذب، غلط) هستند. اما گودل نشان داد که در علم منطق جنب حالت‌های 'درست' و 'غلط' حالت سومی هم به نام 'تصمیم‌ناپذیر' وجود دارد. 'تصمیم‌ناپذیری' به حالتی گفته می‌شود که هیچ تابع محاسبه‌پذیری وجود نداشته باشد که به همه‌ی پرسش‌های مجموعه‌ی مسئله پاسخ درست دهد. به بیان دیگر، در هر سیستم منطقیِ معنادارِ متکی به آکسیوم‌ها اظهاراتی وجود دارند که نه می‌توان اثبات کرد و نه رد نمود. برای مثال در حوزه‌ی اعداد طبیعی، یعنی در نظریه‌ای با تعدادی قواعد استنتاج، عبارات درستی وجود دارند که درستی آنها در این نظریه قابل اثبات نیست. اثبات‌ناپذیری (قابل اثبات نبودن) در مثال ما به این معناست که شناسه‌هائی (هویت‌هائی، عناصری و یا اِلمان‌هایی) وجود دارند که اگرچه تابع اصول نظریه اعداد طبیعی هستند ولیکن رفتاری متفاوت از این اعداد دارند. این گفته در مورد هر نظریه دیگری که بر پایه اصول اولیه فرضی (آکسیوم‌ها) بنا شده باشد نیز صدق می‌کند. اثبات‌پذیری (قابل اثبات بودن) اما به این معناست که با فرض هر چرخه‌ی محدود از دستورها بتوان دریافت که آیا یک اثبات واقعی است یا نه. اثبات‌پذیر بودن یعنی استنتاج‌پذیر بودن از آکسیوم‌های نظریه به کمک قواعد مربوطه. به این ترتیب تفاوت اثبات‌پذیری با اثبات‌ناپذیری در آنست که اولی تعریف‌پذیر است در حالیکه دومی تعریف‌پذیر نیست. یعنی، در این حالت گزاره می‌تواند درست (و یا غلط) باشد بی‌آن که بشود آن را اثبات کرد: حالت تصمیم‌ناپذیری. دقیقا به‌همین خاطر نمی‌توان مقوله‌های 'راستی (صدق)' و 'اثبات‌پذیری' را معادل هم (این‌همان) دانست. تعریف‌پذیریِ اثبات‌پذیری نقش بسزائی در اثبات قضایای گودل داشت. او توانست با جایگزینی 'اثبات‌پذیری' به‌جای 'صدق' و 'اثبات‌ناپذیری' به‌جای 'کاذب'، پارادوکس 'دروغگو' را با کد گذاری آن از طریق اعداد در حساب پئانو توضیح دهد. جوزبه پئانو (۱۹۳۲ـ۱۸۵۸) ریاضی‌دان ایتالیایی و از بنیان‌گذاران منطق ریاضی بود که از جمله به نظریه مجموعه‌ها و نظریه اصل موضوعی اعداد طبیعی می‌پرداخت. در سال ۱۸۸۹ پئانو پیشنهاد یک سیستم آکسیوماتیک (اصول موضوعه پئانو) متشکل از ۵ گزاره برای نظریه اعداد طبیعی ارائه داد.[۵] گزاره‌ی دوم پئانو می‌گوید:

'هر عدد طبیعی فقط یک عدد طبیعی درپی دارد'. هرچند این گزاره کاملا بدیهی می‌نماید اما آیا می‌توان آن را به اثبات رساند؟ بدون شک خیر. در نتیجه ریاضی‌دان‌ها به این فکر افتادند که حداقل عدم تناقض اصول موضوعه در سیستم اعداد را ثابت کنند. در سال ۱۹۰۰ دیوید هیلبرت در کنفرانس بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها در پاریس از همکاران خود می‌خواهد که در اثبات آن کوشا باشند. او برای آخرین‌بار در هشتم سپتامبر سال ۱۹۳۰در 'مجمع دانشمندان علوم طبیعی و پزشکی آلمان' در شهر تولدش کونیگزبرگ خوش‌بینی خود در حل و اثبات همه مسائل ریاضی را بیان می‌دارد. غافل از این‌که یک روز پیش از آن، یعنی در هفتم سپتامبر ۱۹۳۰، در یک کنفرانس ریاضی و در همان شهر جوانی به نام کورت گودل حضور داشت که دقیقا عکس آن چیزی را اثبات کرده بود که هیلبرت سرسختانه مدافع‌اش بود. گودل در این سخنرانی گفت:

"می‌توان ـ به‌شرط عدم مغایرت در ریاضیات کلاسیک ـ حتا جملاتی را مثال زد که از نظر محتوا درست اما در سیستم فرمال ریاضیات کلاسیک غیرقابل اثبات هستند."[۶]

گودل موفق شده بود اثبات‌ناپذیری را کاملا به شکل منطقی به اثبات برساند. کارل پوپر فیلسوف انگلیسی تاثیر جمله‌ی ذکرشده‌ی گودل را با یک "زلزله"[۴] مقایسه می‌کند و جان فون نویمان ریاضی‌دان مجاری ـ آمریکائی در این‌باره می‌نویسد: "منطق دیگر هرگز مثل گذشته نخواهد بود."[۴]

در زبان طبیعی می‌توان براحتی با کلمات عادی یک پارادوکس خودارجاع ایجاد کرد، مانند:'این گزاره غلط است'. آیا این جمله درست است یا غلط و یا؟ (تمرین برای خواننده!) اما در زبان ریاضیات اعداد معمولا در باره‌ی خودشان صحبت نمی‌کنند (خودارجاع نیستند). از این‌رو در اینجا تشخیص 'درست' یا 'غلط' بودن یک گزاره به سادگی امکان‌پذیر است. به‌همین خاطر گودل برای اثبات قضایای خود از این امکان که خود مبتکر آن بود استفاده، کرد. اثبات گودل بسیار مفصل و پیچیده است. ما در زیر تنها به ارائه‌ی نتایج کارِ دوران‌ساز گودل (قضایای ناتمامیت) که پای 'معنا' و در نتیجه ناتمامیت' را به ریاضیات (اصولا به هر سیستم آکسیوماتیکی) باز کرد، اکتفا می‌کنیم.

قضایای ناتمامیت گودل

<u>قضیه اول</u>: این قضیه می‌گوید:

در تمام سیستم‌های آکسیوماتیکِ سازگارِ به اندازه کافی قوی، گزاره‌هائی وجود دارند که نه اثبات‌پذیرند و نه می‌توان ردشان کرد. ('سازگار' به معنای همخوانی، عاری از تناقض؛ 'به اندازه کافی قوی' یعنی: به اندازه کافی غنی، گسترده، که بشود برای مثال علمِ حسابِ اعداد طبیعی را به روش معمول بنا کرد و به اندازه کافی ساده، آسان، باشد.)[۷]

<u>قضیه دوم</u>: این قضیه می‌گوید:

سازگاری سیستم‌های آکسیوماتیک را نمی‌تون از خود سیستم آکسیوماتیک استنتاج کرد. و یا: سیستم‌های سازگارِ به اندازه کافی قوی نمی‌توانند سازگار بودن خود را ثابت کنند.[۷]

ریاضیات و قضایای ناتمامیت

قضایای ناتمامیت گودل نشان می‌دهند که امکان ندارد هر گزاره ریاضی استنتاج شده از آکسیوم‌های پذیرفته شده را اثبات یا رد کرد. جالب این‌که ما در اینجا شاهد اظهار نظر یک سیستم فرمال منطقی در باره‌ی خودش هستیم! مشابه این حالت را در زبان طبیعی، مثال 'دروغگو'، دیدیم. قضایای ناتمامیت در باره‌ی ریاضیات می‌گویند: امکان ندارد با ابزار ریاضی، عاری از تناقض بودن ریاضیات را نشان داد.

لازم به تاکید است که ریاضیات بر مبنای گزاره‌های پذیرفته شده (باور به صحت آنها) بنا شده است. از این‌رو نه شخص گودل و نه هیچ ریاضی‌دان دیگری معتقد نیست که در سیستمِ آکسیوماتیکِ پذیرفته شده، مانند علمِ حساب، تناقضی وجود دارد. به این خاطر که درغیراین‌صورت امکان نداشت با یاری چنان سیستم‌هایی به پیشرفت‌های علمی ـ فنی حاضر دست‌یابیم. آنچه در واقع قضایای ناتمامیت گودل می‌گویند اینست که در هر سیستم آکسیوماتیک گزاره‌هائی وجود دارند که نه اثبات‌پذیرند و نه قابل رد کردن (قضیه اول) و این‌که نمی‌توان سازگاریِ یک سیستم آکسیوماتیک (مانند ریاضیات) را با یاری آکسیوم‌های همان سیستم نشان داد (قضیه دوم).

ماشین تورینگ و قضایای ناتمامیت

ما می‌دانیم که با یاری آلگوریتم‌های برنامه‌ریزی شده در رایانه‌ها می‌توان مسائل گوناگون از حوزه‌های مختلف از جمله

علمی و فنی را بسیار سریع و دقیق انجام داد. اما آیا این رایانه‌ها (ماشین‌ها) می‌توانند قضایای ناتمامیت گودل را دور زده و به ما در حل مسئله‌ی تصمیم‌ناپذیری یاری رسانند؟ به عبارت دیگر، آیا چنان ماشینی‌هائی توان محاسبه، حل و به اثبات رساندن هر گزاره‌ای را دارند؟

در سال ۱۹۳۶ آلن ماتیسون تورینگ، منطق‌دان، ریاضی‌دان، رمزنگار، دانشمند علوم کامپیوتر و از پیش‌گامان هوشِ مصنوعی اهل انگلیس (۱۹۵۴-۱۹۱۲)، از قضایای ناتمامیت گودل در نظریه محاسبات استفاده می‌کند. تورینگ قضایای ناتمامیت گودل را به فرم آلگوریتمی در آورد که کامپیوتری ایده‌آل (ماشین تورینگ) می‌توانست آن را اجرا کند.

یکی از موضوع‌های مهم و اساسی در علوم کامپیوتری 'نظریه رایانش‌پذیری (شماره‌پذیری)' است. در این نظریه به این سؤال پرداخته می‌شود که آیا یک مسئله بر روی یک کامپیوتر قابل حل است یا نه، یعنی محاسبه‌پذیر است یا محاسبه‌ناپذیر. در این‌باره در دانشنامه ویکی پدیای فارسی می‌خوانیم:

"در نظریه محاسبه‌پذیری، یک مسئله در مورد جواب دادن به این سؤال است که: آیا از 'توصیف یک برنامه رایانه‌ای اختیاری' و یک 'ورودی'، مسئله اجرایش را 'تمام (متوقف)' می‌کند، یا نه (یعنی برای همیشه اجرا خواهد شد). آلن تورینگ در سال ۱۹۳۶ اثبات کرد که یک آلگوریتم همگانی برای حل مسئله توقف (یعنی برای همه جفت‌های 'ورودی - برنامه' ممکن) وجود ندارد. یعنی مسئله توقف بر روی ماشین تورینگ تصمیم‌پذیر نیست. مسئله توقف از دسته مسائل تصمیم‌گیری است که در بارهٔ صفات یک برنامه کامپیوتری با استفاده از یک ماشین تورینگ تعریف شده (ماشینی برنامه‌پذیر که قابلیت انجام هر محاسبه‌ای را دارد) بحث می‌کند. می‌توان به شکل زیر آن را بیان کرد: اگر شرح یک برنامه و ورودی متناهی متناظر با آن را داشته باشیم آیا می‌توان تشخیص داد که این برنامه متوقف می‌شود یا تا ابد ادامه می‌یابد. در این مسئله هیچ شرطی بر روی زمانی که طول می‌کشد تا برنامه تمام شود یا حافظه‌ای که اشغال می‌کند وجود ندارد؛ یعنی ممکن است اجرای برنامه زمان زیادی طول بکشد، یا حافظه زیادی اشغال شود تا برنامه تمام شود؛ یعنی سؤال این است که آیا بالاخره این برنامه تمام می‌شود یا تا ابد ادامه پیدا می‌کند"[۸]

و در ادامه در اهمیت و نتایج مسئله توقف آمده است:

"در کل مسئله توقف از این جنبه مشهور است که از اولین دسته مسائلی بود که تصمیم‌ناپذیر بود، بدین صورت که هیچ برنامه کامپیوتری با قابلیت جواب دادن به این سؤال به ازای جمیع ورودی‌ها پیدا نشد و اثبات شد که وجود ندارد. در نتیجه آن تعدادی زیادی مسائلی از این دست بیان شدند. راه حل رایج برای اثبات کردن اینکه یک مسئله تصمیم‌ناپذیر است استفاده از روش کاهیدن (redution) است. یکی از نتایج تصمیم‌ناپذیر بودن مسئله توقف این است که آلگوریتمی عمومی برای پیدا کردن درستی یا نادرستی یک حکم در بارهٔ اعداد طبیعی وجود ندارد. چون می‌توان گزاره‌ای که نشان می‌دهد آیا یک آلگوریتم با ورودی‌های مربوط به آن متوقف می‌شود یا نه را متناظر با یک حکم در بارهٔ اعداد طبیعی در نظر گرفت. چون می‌دانیم که این همان مسئله توقف است پس چنین آلگوریتمی برای اعداد طبیعی پیدا نمی‌شود. یکی دیگر از نتایج تصمیم‌ناپذیری مسئله توقف تئوری Rice’s theorem است که می‌گوید به‌طور کلی نمی‌توان دربارهٔ درستی هر عبارت نابدیهی (non-trival) مربوط به تابعی که توسط یک آلگوریتم تعریف شده نظر داد. برای مثال نمی‌توان به سؤال 'آیا این آلگوریتم با ورودی 0 متوقف می‌شود یا نه' پاسخ قطعی داد. توجه کنید که این تئوری دربارهٔ تابعی که توسط آلگوریتم تعریف شده نظر می‌دهد و نه دربارهٔ خود آلگوریتم. برای مثال تشخیص اینکه یک آلگوریتم در 100 مرحله متوقف می‌شود یا نه کار آسانی است و این یک گزاره دربارهٔ خود آلگوریتم است و نه در بارهٔ تابع آن آلگوریتم.

تورینگ در اثبات خود ایده آلگوریتم را با تعریف ماشین تورینگ رسمی کرد، گرچه به هیچ وجه نتیجه مخصوص آن‌ها نیست و به‌طور مساوی در مدل‌های دیگر محاسبه که متناظر با توان محاسباتی با ماشین تورینگ هستند به کار بسته می‌شود."[۸]

خلاصه این‌که روشن شده است، آلگوریتم‌هائی وجود دارند که توسط ماشین تورینگ غیرقابل تصمیم‌گیری هستند. به این معنا که نمی‌توان دانست آیا ماشین تورینگ محاسباتش را در زمانی محدود به اتمام می‌رساند یا نه. مضافا این‌که هیچ امکانی هم برای اثبات غیرقابل تصمیم‌گیری بودن چنان آلگوریتم‌هائی وجود ندارد. جالب است بدانیم که چنین محدودیتی شامل حال هر رایانه‌ای می‌شود. به این خاطر که رایانه از لحاظ ریاضی مانند یک ماشین تورینگ عمل می‌کند.

فیزیک و قضایای ناتمامیت

بی‌شک برای شناخت گیتی بسیار حائز اهمیت است بدانیم که آیا در علم فیزیک گزاره یا گزاره‌های اثبات‌ناپذیری وجود دارند یا نه. به احتمال پاسخ "نهائی" به این پرسش زمانی امکان‌پذیر است که ما دارای یک نظریه کامل بنا شده بر پایه

سیستمی آکسیوماتیک عاری از تناقض باشیم و بتوانیم هر گزاره فیزیکی استخراج شده از این آکسیوم‌ها را اثبات یا رد کنیم. در این‌صورت می‌توان به یک چنان نظریه‌ای عنوان *'نظریه همه چیز'* داد. در حال حاضر تعمیم‌پذیری قضایای ناتمامیت گودل به علم فیزیک یکی از موضوعات مورد بحث است. لذا اظهارنظر نهایی در باره 'نظریه همه چیز' امکان ندارد، از این‌رو که تردیدهایی نسبت به واقع‌گرایی علم فیزیک بیان می‌شود. از جمله افرادی که در این رابطه اظهار نظر کرده استیون هاوکینگ است. او بر این باور بود که می‌توان از قضایای گودل نتیجه گرفت که قوانین فیزیک نمی‌توانند کامل باشند. نگارنده: البته توجه داریم که قوانین علم فیزیک بر اساس داده‌های عینی ساخته و ارائه می‌شوند و نه باورها.

به‌گمانم'نظریه همه چیز' به دلایل گوناگون دست نیافتنی است. از جمله به این خاطر که ۱ـ در حال حاضر دو نظریه بزرگ علم فیزیک، یعنی نظریه نسبیت و نظریه کوانتوم، هنوز به وحدت نرسیده‌اند ۲ـ روشن نیست که می‌توان به دانش عینی تمام و کمال از گیتی دست یافت. ۳ـ اگر منظور از 'نظریه همه چیز' بنای علم فیزیک متکی به آکسیوم‌ها باشد در این‌صورت احتمال ارائه آن وجود دارد. با علم به این امر مهم که یک چنان نظریه‌ای گزاره‌هایی را دربر خواهد داشت که تصمیم‌ناپذیر خواهند بود. اما این آن چیزی نمی‌تواند باشد که طرفداران 'نظریه همه چیز' طالب آن هستند.

فلسفه و قضایای ناتمامیت

تاثیر و پیامدهای قضایای ناتمامیت گودل در فلسفه بسیار متنوع و گوناگون است: در فلسفه علم، فلسفه ریاضی، فلسفه فیزیک، فلسفه ذهن، فلسفه زبان، فلسفه حقوق، فلسفه اقتصاد، فلسفه جامعه‌شناسی، فلسفه زیست‌شناسی و .... . اما ما در اینجا تنها اشاره کوتاهی به رابطه‌ی فلسفه‌ی ریاضی، فلسفه‌ی فیزیک و فلسفه‌ی ذهن با قضایای گودل داریم.

در فلسفه‌ی ریاضی: تاثیر قضایای گودل را می‌توان در سه حوزه، منطق‌گرائی، صورت‌گرائی یا فرمالیسم و سرشتِ برهان مورد مطالعه قرار داد. در حوزه‌ی منطق‌گرایی نظر بر این است که دانش ما در باره‌ی قضایای ریاضی مبتنی بر استدلال‌های منطقی است که در مرکز آن قضیه اول گودل قرار دارد. در حوزه‌ی فرمالیسم ریاضیات مجموعه‌ای از سیستم‌های صوری متشکل از گزاره‌هاست که قضیه دوم گودل ناسازگار بودن آن را نشان می‌دهد. به این معنا و برای مثال ریاضیات نمی‌تواند سازگاری خود را اثبات نماید. در حوزه‌ی سرشتِ برهان قضایای ناتمامیت نظریه مبناگروی در باب توجیه را به چالش می‌کشد. برای مثال درست بودن یک گزاره الزاما به معنای اثبات‌پذیربودن آن نیست. و یا مفهوم حقیقت در ریاضیات را در نظر می گیریم: 'حقیقت' از نظر ریاضی تا پیش از گودل با اثبات‌پذیری درک و پذیرفته می‌شد. اما قضایای ناتمامیت او نشان دادند که 'راستیِ (صدقِ)' یک گزاره همواره معادل با اثبات‌پذیری آن نیست.

در فلسفه‌ی فیزیک: صرفا به‌خاطر آن‌که قضایای گودل باور ما به اثبات‌پذیری هر گزاره از ریاضیات را که زبان فیزیک نظری محسوب می‌شود فروریخته است، نمی‌توان دست‌آوردهای علم فیزیک را زیر سؤال برد. اما در این زمینه میان فیزیک‌دان‌ها وحدت نظر وجود ندارد. ولیکن تاکنون در علم فیزیک شاهد آن نبودیم قانونی داشته باشیم که هم درست و هم غلط باشد. لذا تنها با این استدلال که ریاضی زبان علم فیزیک نظری است نمی‌توان یافته‌های این علم را قابل اثبات ندانست. در این میان ناروشنی‌ها در نظریه نسبیت و نظریه کوانتوم و نبود نظریه‌ی واحد نباید به‌حساب عملکرد قضایای ناتمامیت در فیزیک گذاشته شود. تاکنون هیچ نشانه‌ای که گویای تاثیر این قضایا در فیزیک باشد مشاهده نشده است.

در فلسفه‌ی ذهن: از جمله بحث بر سر این است که آیا ذهن انسان هم‌ارز با ماشین تورینگ است یا نه. چنانچه ذهن را هم‌ارزِ با ماشین تورینگ و همزمان آن را پایدار بدانیم در این‌صورت قضایای ناتمامیت گودل می‌توانند در مورد ذهن نیز صدق کند. البته در باره‌ی این‌که آیا ذهن پایدار است یا نه، نظر مشترکی وجود ندارد. به این معنا که تاکنون پایداری یا ناپایداری آن به اثبات نرسیده است. به‌نظر من ذهن به دلایل گوناگون (فرگشتی ـ ساختاری) اشتباه‌پذیر است. لذا نمی‌توان آن را پایدار دانست. در نتیجه نمی‌توان آن را با ماشین تورینگ مقایسه کرد. اما حتا چنانچه ذهن را پایدار هم بدانیم امکان اثبات پایدار بودن آن را نداریم. در نتیجه نمی‌توان مدعی هم‌ارز بودن ذهن با ماشین تورینگ بود.

نتیجه

قرن‌ها انسان بر این باور بود که یک گزاره‌ی ریاضی یا 'درست' است یا 'نادرست' و برای هر یک از این دو حالت‌ها نیز یک اثبات وجود داشت. اما گودل در سال ۱۹۳۱ ثابت کرد که حالت سومی نیز وجود دارد: 'تصمیم‌ناپذیری'! به این معنا که یک گزاره‌ی 'درست' می‌تواند در چارچوب یک مجموعه از اصول (آکسیوم‌ها) 'اثبات‌پذیر' یا 'اثبات‌ناپذیر' باشد. او همچنین نشان داد که این نوع گزاره‌های 'درستِ اثبات‌نشدنی' در هر سیستم آکسیوماتیک وجود دارند. اثبات قضایای گودل بنیان‌های علم منطق و ریاضی را به لرزه در آورد و نشان داد که نمی‌توان هر ادعای ریاضی را اثبات یا رد نمود. در واقع گودل نشان داد هر علمی که بر اساس اصول موضوعه بنا شده باشد نمی‌تواند هر گزاره‌ای را اثبات یا رد کند. او همچنین نشان داد که یک چنان علمی قادر نیست سازگاری خود را به اثبات رساند.

مراجع

1. https://www.livenet.ch/magazin/people/242181-kurt_goedels_gottesbeweis_ist_richtig.html

2. Michael Clark, Paradoxien von A bis Z, Philip Reclam Jun., Stuttgard,2012, S. 146; Paradoxes from A to Z, London, New York, Routlege, 2007

3. Hassan Bolouri, The Science of Thinking – Principles and Methods, by Amazon, 2014

۳. حسن بلوری، ’علم اندیشیدن ـ ریشه‌ها و روش‌ها‘، نشر هزاره سوم، زنجان، ۱۳۹۴، صفحه ۴۸

4. https://www.tagesspiegel.de/wissen/mathematik-das-genie-und-der-wahnsinn/1139308.html

5. https://de-academic.com/dic.nsf/dewiki/1087712#Peano-Axiome

6. Rebecca Goldstein: Kurt Gödel, Jahrhundertmathematiker und großer Entdecker, Piper Verlag, München, 2007, S. 157; „Incompleteness – The Proof and Paradox of Kurt Gödel“

7. https://de.wikipedia.org/wiki/G%C3%B6delscher_Unvollst%C3%A4ndigkeitssatz

8. https://fa.wikipedia.org/wiki/%D9%85%D8%B3%D8%A6%D9%84%D9%87_%D8%AA%D9%88%D9%82%D9%81

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx